UBND THÀNH PHỐ HÀ NỘI
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề kiểm tra có 05 trang)

KỲ KIỂM TRA KHẢO SÁT HỌC SINH LỚP 12 THPT
NĂM HỌC 2017-2018
Bài kiểm tra: Toán
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ, tên thí sinh: ……………………………………………………
Số báo danh: ………………………………………………….

Mã đề kiểm tra 157

Câu 1: Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số, các chữ số khác 0 và đôi một khác nhau?

A. $5!$. **B.** C_9^5. **C.** A_9^5. **D.** 9^5.

Câu 2: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2\sqrt{4+x^3}$ là

A. $2\sqrt{4+x^3}+C$. **B.** $\frac{2}{9}\sqrt{\left(4+x^3\right)^3}+C$. **C.** $2\sqrt{\left(4+x^3\right)^3}+C$. **D.** $\frac{1}{9}\sqrt{\left(4+x^3\right)^3}+C$.

Câu 3: Trong không gian *Oxyz*, cho hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(2;0;-1)$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hai điểm A và B nằm khác phía so với mặt phẳng $x+2y+mz+1=0$.

A. $m\in[2;3]$. **B.** $m\in(2;3)$.

C. $m\in(-\infty;2]\cup[3;+\infty)$. **D.** $m\in(-\infty;2)\cup(3;+\infty)$.

Câu 4: Hệ số của x^3 trong khai triển $(x-2)^8$ bằng

A. $C_8^3.2^3$. **B.** $-C_8^3.2^3$. **C.** $-C_8^5.2^5$. **D.** $C_8^5.2^5$.

Câu 5: Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $\ln x>0\Leftrightarrow x>1$. **B.** $\log a>\log b\Leftrightarrow a>b>0$.

C. $\log a<\log b\Leftrightarrow 0<a<b$. **D.** $\ln x<1\Leftrightarrow 0<x<1$.

Câu 6: Trong không gian *Oxyz*, mặt cầu $x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z-3=0$ có bán kính bằng

A. 9. **B.** 3. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $3\sqrt{3}$.

Câu 7: Tích phân $\int_0^{100} xe^{2x}dx$ bằng

A. $\frac{1}{4}\left(199e^{200}+1\right)$. **B.** $\frac{1}{4}\left(199e^{200}-1\right)$. **C.** $\frac{1}{2}\left(199e^{200}+1\right)$. **D.** $\frac{1}{2}\left(199e^{200}-1\right)$.

Câu 8: Đồ thị hàm số $y=15x^4-3x^2-2018$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

A. 1 điểm. **B.** 3 điểm. **C.** 4 điểm. **D.** 2 điểm.

Câu 9: Đồ thị hàm số $y=\frac{1-\sqrt{1-x}}{x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 10: $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $+\infty$.

Câu 11: Phương trình $\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=1$ có nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{3}+k\pi$. **B.** $x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi$. **C.** $x=\frac{5\pi}{6}+k\pi$. **D.** $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi$.

Câu 12: Gọi S là tập nghiệm của phương trình $2\log_2(2x-2)+\log_2(x-3)^2=2$ trên R. Tổng các phần tử của S bằng

A. 8. **B.** $4+\sqrt{2}$. **C.** $8+\sqrt{2}$. **D.** $6+\sqrt{2}$.

Câu 13: Cho các số a,b,c,d thỏa mãn $0<a<b<1<c<d$. Số lớn nhất trong $\log_a b, \log_b c, \log_c d, \log_d a$ là

A. $\log_c d$. **B.** $\log_d a$. **C.** $\log_a b$. **D.** $\log_c b$.

Câu 14: Cho khối trụ có bán kính đường tròn đáy bằng r và chiều cao bằng h. Hỏi nếu tăng chiều cao lên 2 lần và tăng bán kính đáy lên 3 lần thì thể tích của khối trụ mới sẽ tăng lên bao nhiêu lần?

A. 18 lần. **B.** 12 lần. **C.** 6 lần. **D.** 36 lần.

Câu 15: Hình tứ diện có bao nhiêu cạnh?

A. 5 cạnh. **B.** 3 cạnh. **C.** 4 cạnh. **D.** 6 cạnh.

Câu 16: Cho tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi E, M lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và SA, α là góc tạo bởi đường thẳng EM và mặt phẳng (SBD). $\tan\alpha$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 17: Cho hàm số $y=\log_5 x$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. Đồ thị hàm số nằm bên phải trục tung.

B. Tập xác định hàm số là $(0;+\infty)$.

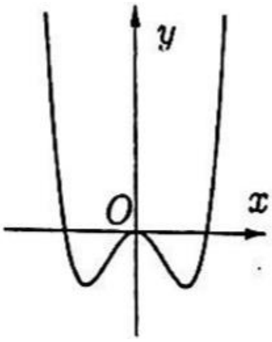
C. Hàm số nghịch biến trên tập xác định.

D. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là trục tung.

Câu 18: Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\frac{x}{4}, y=0, x=1, x=4$ quay quanh trục Ox bằng

A. $\frac{21}{16}$. **B.** $\frac{21\pi}{16}$. **C.** $\frac{15}{16}$. **D.** $\frac{15\pi}{8}$.

Câu 19: Biết hình dưới đây là đồ thị của một trong bốn hàm số sau, hỏi đó là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=x^4-2x^2$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$. **C.** $y=-x^4+2x^2$. **D.** $y=x^4+2x^2$.

Câu 20: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{x^2}(x^3-4x)$. Hàm số $F(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 21: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^4+mx^2$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

A. $m\geq 0$. **B.** $m>0$. **C.** $m=0$. **D.** $m\leq 0$.

Câu 22: Thể tích V của khối chóp có diện tích đáy bằng S và chiều cao bằng h là

A. $V=\frac{1}{3}Sh$. **B.** $V=3Sh$. **C.** $V=Sh$. **D.** $V=\frac{1}{2}Sh$.

Câu 23: Một lớp có 40 học sinh, trong đó có 4 học sinh tên Anh. Trong một lần kiểm tra bài cũ, thầy giáo gọi ngẫu nhiên hai học sinh trong lớp lên bảng. Xác suất để hai học sinh tên Anh lên bảng bằng

A. $\frac{1}{20}$. **B.** $\frac{1}{10}$. **C.** $\frac{1}{130}$. **D.** $\frac{1}{75}$.

Câu 24: Số nghiệm chung của hai phương trình $4\cos^2 x-3=0$ và $2\sin x+1=0$ trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right)$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 25: Trong không gian *Oxyz*, mặt cầu tâm $I(1;2;-1)$ và cắt mặt phẳng $(P):2x-y+2z-1=0$ theo một đường tròn bán kính bằng $\sqrt{8}$ có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$. **B.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$.

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$. **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=3$.

Câu 26: Đạo hàm của hàm số $y=\ln\left(1-x^2\right)$ là

A. $\frac{1}{x^2-1}$. **B.** $\frac{x}{1-x^2}$. **C.** $\frac{-2x}{x^2-1}$. **D.** $\frac{2x}{x^2-1}$.

Câu 27: Với mọi số thực dương a,b,x,y và *a, b* khác 1, mệnh đề nào sau đây **sai?**

A. $\log_a(xy)=\log_a x+\log_a y$. **B.** $\log_b a.\log_a x=\log_b x$.

C. $\log_a \frac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$. **D.** $\log_a \frac{1}{x}=\frac{1}{\log_a x}$.

Câu 28: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-5x+7\right)>0$ là

A. $(2;3)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(-\infty;2)\cup(3;+\infty)$.

Câu 29: Trong không gian *Oxyz*, cho các điểm $A(2;-2;1), B(1;-1;3)$. Tọa độ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(-1;1;2)$. **B.** $(-3;3;-4)$. **C.** $(3;-3;4)$. **D.** $(1;-1;-2)$.

Câu 30: Cho tứ diện đều *ABCD* có *M, N* lần lượt là trung điểm của các cạnh *AB* và *CD*. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $AB\perp CD$. **B.** $MN\perp AB$. **C.** $MN\perp BD$. **D.** $MN\perp CD$.

Câu 31: Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình vuông và *SA* vuông góc với đáy. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $CD\perp(SAD)$. **B.** $AC\perp(SBD)$. **C.** $BD\perp(SAC)$. **D.** $BC\perp(SAB)$.

Câu 32: Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình bình hành. Điểm *M* thỏa mãn $\overrightarrow{MA}=3\overrightarrow{MB}$. Mặt phẳng (P) qua *M* và song song với hai đường thẳng SC, BD. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. (P) không cắt hình chóp.

B. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tứ giác.

C. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tam giác.

D. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một ngũ giác.

Câu 33: Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên **R**?

A. $y=\log\left(x^3\right)$. **B.** $y=\left(\frac{2}{5}\right)^{-x}$. **C.** $y=\log_3 x^2$. **D.** $y=\left(\frac{e}{4}\right)^{x}$.

Câu 34: Cho (u_n) là cấp số cộng biết $u_3+u_{13}=80$. Tổng 15 số hạng đầu của cấp số cộng đó bằng

A. 800. **B.** 630. **C.** 570. **D.** 600.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy, đường thẳng SC tạo với mặt phẳng đáy một góc 60^o. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3}{8}$. **B.** $\frac{3a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{2}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Câu 36: Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y' = x^2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$ và nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên R.

C. Hàm số nghịch biến trên R.

D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Câu 37: Cho hai hình tròn $(O;R)$ và $(O';R), OO' = 4R$. Trên đường tròn lấy hai điểm A,B sao cho $AB = R\sqrt{3}$. Mặt phẳng (P) đi qua A,B, cắt đoạn OO' và tạo với đáy một góc bằng 60^o. (P) cắt khối trụ theo thiết diện là một phần của hình elip. Diện tích thiết diện đó bằng

A. $\left(\frac{4\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)R^2$. **B.** $\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)R^2$. **C.** $\left(\frac{4\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)R^2$. **D.** $\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right)R^2$.

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm lẻ và liên tục trên $[-4;4]$ biết $\int_{-2}^{0} f(-x)dx = 2$ và $\int_{1}^{2} f(-2x)dx = 4$. Tính $\int_{0}^{4} f(x)dx$.

A. $I = 10$. **B.** $I = -6$. **C.** $I = 6$. **D.** $I = -10$.

Câu 39: Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $(1 + x + x^2 + x^3)^{10}$.

A. 252. **B.** 582. **C.** 1902. **D.** 7752.

Câu 40: Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị (C). Hỏi có bao nhiêu điểm trên đường thẳng $d: y = 9x - 14$ sao cho từ đó kẻ được hai tiếp tuyến đến (C)?

A. 4 điểm. **B.** 2 điểm. **C.** 3 điểm. **D.** 1 điểm.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S_1) có tâm $I(2;1;1)$ bán kính bằng 4 và mặt cầu (S_2) có tâm $J(2;1;5)$ bán kính bằng 2. (P) là mặt phẳng thay đổi tiếp xúc với hai mặt cầu $(S_1),(S_2)$. Đặt M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (P). Giá trị $M + m$ bằng

A. $8\sqrt{3}$. **B.** 9. **C.** 8. **D.** $\sqrt{15}$.

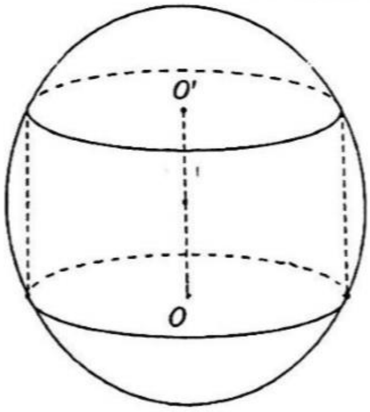
Câu 42: Có bao nhiêu số tự nhiên có tám chữ số, trong đó có ba chữ số 0, không có hai chữ số 0 nào đứng cạnh nhau và các chữ số khác chỉ xuất hiện nhiều nhất một lần.

A. 151200. **B.** 846000. **C.** 786240. **D.** 907200.

Câu 43: Số các giá trị nguyên nhỏ hơn 2018 của tham số m để phương trình $\log_6(2018x + m) = \log_4(1009x)$ có nghiệm là

A. 2019. **B.** 2018. **C.** 2017. **D.** 2020.

Câu 44: Khối cầu (S) tâm I, bán kính R không đổi. Một khối trụ thay đổi có chiều cao h và bán kính đáy r nội tiếp khối cầu. Tính chiều cao h theo R sao cho thể tích của khối trụ lớn nhất.



A. $h = R\sqrt{2}.$ **B.** $h = \dfrac{R\sqrt{2}}{2}.$ **C.** $h = \dfrac{R\sqrt{3}}{3}.$ **D.** $h = \dfrac{2R\sqrt{3}}{3}.$

Câu 45: $\lim\limits_{x \to 2^{2018}} \dfrac{x^2 - 4^{2018}}{x - 2^{2018}}$ bằng

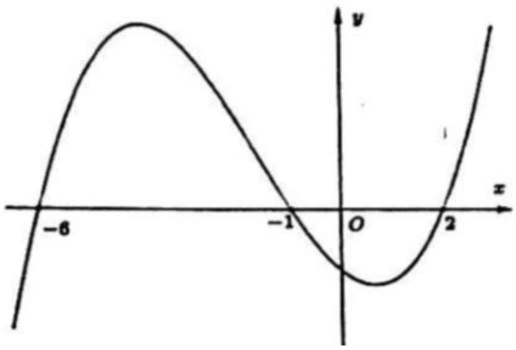
A. 2^{2019}. **B.** $+\infty$. **C.** 2. **D.** 2^{2018}.

Câu 46: Giá trị của tổng $4 + 44 + 444 + ... + 44...4$ (tổng đó có 2018 số hạng) bằng

A. $\dfrac{40}{9}\left(10^{2018} - 1\right) + 2018.$ **B.** $\dfrac{4}{9}\left(10^{2018} - 1\right).$

C. $\dfrac{4}{9}\left(\dfrac{10^{2019} - 10}{9} + 2018\right).$ **D.** $\dfrac{4}{9}\left(\dfrac{10^{2019} - 10}{9} - 2018\right).$

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$. Biết hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hàm số $y = f(3 - x^2)$ đồng biến trên khoảng



A. $(2;3)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 48: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng cạnh đáy. Đường thẳng $MN\left(M \in A'C, N \in BC'\right)$ là đường vuông góc chung của $A'C$ và BC'. Tỉ số $\dfrac{NB}{NC'}$ bằng

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** 1. **D.** $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;2;1)$, $B(2;-1;3)$. Tìm điểm M trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA^2 - 2MB^2$ lớn nhất.

A. $M(3;-4;0)$. **B.** $M\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{2};0\right)$. **C.** $M(0;0;5)$. **D.** $M\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{-3}{2};0\right)$.

Câu 50: Phương trình $\sqrt{x - 512} + \sqrt{1024 - x} = 16 + 4\sqrt[8]{(x - 512)(1024 - x)}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2 nghiệm. **B.** 8 nghiệm. **C.** 4 nghiệm. **D.** 3 nghiệm.

HƯỚNG DẪN GIẢI – ĐỀ KIỂM TRA KHẢO SÁT HỌC SINH LỚP 12 THPT – HÀ NỘI 2018

Câu 1: Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số, các chữ số khác 0 và đôi một khác nhau?

A. $5!$. **B.** C_9^5. **C.** A_9^5. **D.** 9^5.

Hướng dẫn giải – Chọn C.

Dễ thấy.

Câu 2: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2\sqrt{4+x^3}$ là

A. $2\sqrt{4+x^3}+C$. **B.** $\frac{2}{9}\sqrt{\left(4+x^3\right)^3}+C$. **C.** $2\sqrt{\left(4+x^3\right)^3}+C$. **D.** $\frac{1}{9}\sqrt{\left(4+x^3\right)^3}+C$.

Hướng dẫn giải – Chọn B

$$I=\int x^2\sqrt{4+x^3}dx=\frac{1}{3}\int\sqrt{4+x^3}d\left(x^3+4\right)=\frac{1}{3}\frac{\left(4+x^3\right)^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1}=\frac{2}{9}\sqrt{\left(4+x^3\right)^3}$$

Câu 3: Trong không gian *Oxyz*, cho hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(2;0;-1)$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số *m* để hai điểm *A* và *B* nằm khác phía so với mặt phẳng $x+2y+mz+1=0$.

A. $m\in[2;3]$. **B.** $m\in(2;3)$.

C. $m\in(-\infty;2]\cup[3;+\infty)$. **D.** $m\in(-\infty;2)\cup(3;+\infty)$.

Hướng dẫn giải – Chọn B

Chú ý rằng *A* và *B* nằm khác phía so với mặt phẳng (P) khi và chỉ khi $f(A).f(B)<0$

$\Leftrightarrow(1+2.2-3m+1)(2-m+1)<0\Leftrightarrow(6-3m)(3-m)<0\Leftrightarrow 2<m<3$

Câu 4: Hệ số của x^3 trong khai triển $(x-2)^8$ bằng

A. $C_8^3.2^3$. **B.** $-C_8^3.2^3$. **C.** $-C_8^5.2^5$. **D.** $C_8^5.2^5$.

Hướng dẫn giải – Chọn C

Ta có: $(x-2)^8=\sum_{k=0}^{8}C_8^k x^{8-k}(-1)^k.2^k$.

$8-k=3\Leftrightarrow k=5$, do đó hệ số của x^3 trong khai triển là $C_8^5.(-1)^5.2^5=-2^5.C_8^5$

Câu 5: Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $\ln x>0\Leftrightarrow x>1$. **B.** $\log a>\log b\Leftrightarrow a>b>0$.

C. $\log a<\log b\Leftrightarrow 0<a<b$. **D.** $\ln x<1\Leftrightarrow 0<x<1$.

Hướng dẫn giải – Chọn D

Sửa lại: $\ln x<1\Leftrightarrow 0<x<e$

Câu 6: Trong không gian *Oxyz*, mặt cầu $x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z-3=0$ có bán kính bằng

A. 9. **B.** 3. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải – Chọn B

Ôn lại:

Phương trình tổng quát mặt cầu: $x^2+y^2+z^2+2ax+2by+2cz+d=0$, trong đó $a^2+b^2+c^2>d$. Mặt cầu này có tâm $I(-a;-b;-c)$ và có bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$

$R=\sqrt{1^2+2^2+1^2-(-3)}=\sqrt{9}=3$

Câu 7: Tích phân $\int_0^{100} xe^{2x}dx$ bằng

A. $\frac{1}{4}(199e^{200}+1)$. **B.** $\frac{1}{4}(199e^{200}-1)$. **C.** $\frac{1}{2}(199e^{200}+1)$. **D.** $\frac{1}{2}(199e^{200}-1)$.

Hướng dẫn giải – Chọn A.

$I=\frac{1}{2}\int_0^{100} xd(e^{2x})=\frac{1}{2}(xe^{2x})\Big|_0^{100}-\frac{1}{2}\int_0^{100} e^{2x}dx=\frac{100.e^{200}}{2}-\frac{1}{4}e^{2x}\Big|_0^{100}=\frac{100e^{200}}{2}-\frac{e^{200}}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{4}(199e^{200}+1)$

Câu 8: Đồ thị hàm số $y=15x^4-3x^2-2018$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

A. 1 điểm. **B.** 3 điểm. **C.** 4 điểm. **D.** 2 điểm.

Hướng dẫn giải – Chọn D.

Đặt $x^2=t$, $15x^4-3x^2-2018=0 \Leftrightarrow 15t^2-3t-2018=0$ (1)

Dùng máy tính giải phương trình (1), ta được 2 nghiệm, trong đó có 1 nghiệm âm, 1 nghiệm dương. Ứng với 1 nghiệm dương, ta được 2 nghiệm *x*.

Câu 9: Đồ thị hàm số $y=\frac{1-\sqrt{1-x}}{x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Hướng dẫn giải – Chọn B

TXD: $(-\infty;1]\setminus\{0\}$.

Ta có: $\lim_{x\to 0}\frac{1-\sqrt{1-x}}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{1-(1-x)}{x(1+\sqrt{1-x})}=\lim_{x\to 0}\frac{x}{x(1+\sqrt{1-x})}=\lim_{x\to 0}\frac{1}{(1+\sqrt{1-x})}=\frac{1}{2}\Rightarrow$ hàm số không có tiệm cận đứng.

$\lim_{x\to -\infty}\frac{1-\sqrt{1-x}}{x}=\lim_{x\to -\infty}\frac{1}{(1+\sqrt{1-x})}=0 \Rightarrow$ hàm số có 1 đường tiệm cận ngang $y=0$.

Câu 10: $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $+\infty$.

Hướng dẫn giải – Chọn C.

$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{x+3-4}{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}=\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}=\lim_{x\to 1}\frac{1}{\sqrt{x+3}+2}=\frac{1}{4}$

Câu 11: Phương trình $\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=1$ có nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{3}+k\pi$. **B.** $x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi$. **C.** $x=\frac{5\pi}{6}+k\pi$. **D.** $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi$.

Hướng dẫn giải – Chọn B.

$\sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)=1 \Leftrightarrow x-\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi \Leftrightarrow x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi.$

Câu 12: Gọi S là tập nghiệm của phương trình $2\log_2(2x-2)+\log_2(x-3)^2=2$ trên R. Tổng các phần tử của S bằng

A. 8. **B.** $4+\sqrt{2}$. **C.** $8+\sqrt{2}$. **D.** $6+\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải – Chọn B.

Điều kiện: $\begin{cases}2x-2>0\\(x-3)^2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>1\\x\neq 3\end{cases}$. Phương trình tương đương với:

$\log_2(2x-2)^2+\log_2(x-3)^2=2\Leftrightarrow\log_2\left[(2x-2)^2(x-3)^2\right]=2\Leftrightarrow\left[(2x-2)(x-3)\right]^2=2^2$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}(x-1)(x-3)=1\\(x-1)(x-3)=-1\end{array}\right.$, giải ra, kết hợp với điều kiện ta được nghiệm $x=2+\sqrt{2}$ hoặc $x=2$

Câu 13: Cho các số a,b,c,d thỏa mãn $0<a<b<1<c<d$. Số lớn nhất trong $\log_a b, \log_b c, \log_c d, \log_d a$ là

A. $\log_c d$. **B.** $\log_d a$. **C.** $\log_a b$. **D.** $\log_c b$.

Hướng dẫn giải – Chọn A.

Chú ý: Nếu các số $m,n>0, m\neq 1$. $\begin{cases}\log_m n<0\Leftrightarrow(m-1)(n-1)<0\\\log_m n=0\Leftrightarrow n=1\\\log_m n>0\Leftrightarrow(m-1)(n-1)>0\end{cases}$. Do đó $\begin{cases}\log_d a<0\\\log_c b<0\end{cases}$

Vì $0<a<1$ nên hàm $f(x)=\log_a x$ nghịch biến, mà $a<b\Rightarrow 1=\log_a a>\log_a b$.

Vì $1<c$ nên hàm $g(x)=\log_c x$ đồng biến, mà $c<d\Rightarrow 1=\log_c c<\log_c d$.

Câu 14: Cho khối trụ có bán kính đường tròn đáy bằng r và chiều cao bằng h. Hỏi nếu tăng chiều cao lên 2 lần và tăng bán kính đáy lên 3 lần thì thể tích của khối trụ mới sẽ tăng lên bao nhiêu lần?

A. 18 lần. **B.** 12 lần. **C.** 6 lần. **D.** 36 lần.

Hướng dẫn giải – Chọn A.

Thể tích khối trụ ban đầu: $V=\pi r^2.h$.

Thể tích khối trụ mới: $V'=\pi r'^2.h'=\pi.(3r)^2.2h=18\pi r^2.h=18V$.

Câu 15: Hình tứ diện có bao nhiêu cạnh?

A. 5 cạnh. **B.** 3 cạnh. **C.** 4 cạnh. **D.** 6 cạnh.

Hướng dẫn giải – Chọn D.

Câu 16: Cho tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi E,M lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và SA, α là góc tạo bởi đường thẳng EM và mặt phẳng (SBD). $\tan\alpha$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.

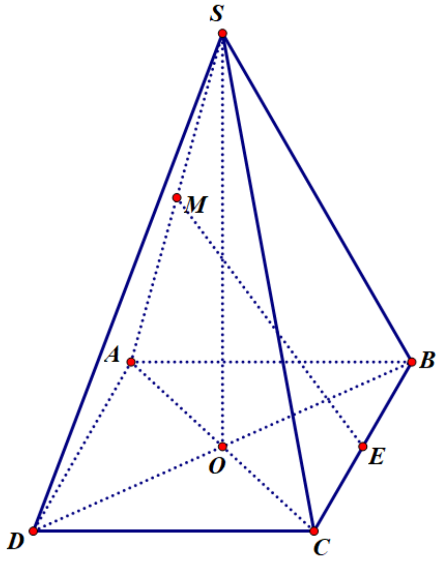
Hướng dẫn giải – Chọn C

Không mất tính tổng quát, giả sử $OA = OB = 1$. Khi đó $SA = AB = \sqrt{2}$, $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = 1$.

Xét hệ trục tọa độ *Oxyz*, trong đó $O(0;0;0)$, $A(1;0;0)$; $B(0;1;0)$; $S(0;0;1)$. Khi đó:

$M\left(\frac{1}{2};0;\frac{1}{2}\right)$; $C(-1;0;0) \Rightarrow E\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2};0\right)$. $\overrightarrow{ME} = \left(-1;\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$.

Mặt phẳng (SBD) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{OA} = (1;0;0)$, do đó góc hợp bởi $mp(SBD)$ và ME phụ với góc hợp bởi OA và ME



$$\sin\alpha = \left|\cos\left(\overrightarrow{ME};\overrightarrow{OA}\right)\right| = \left|\frac{\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{OA}}{ME.OA}\right| = \left|\frac{-1}{\frac{\sqrt{6}}{2}.1}\right| = \frac{2}{\sqrt{6}}$$

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{1-\sin^2\alpha}} = \frac{\frac{2}{\sqrt{6}}}{\sqrt{1-\frac{4}{6}}} = \sqrt{2}$$

Câu 17: Cho hàm số $y = \log_5 x$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. Đồ thị hàm số nằm bên phải trục tung.

B. Tập xác định hàm số là $(0;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên tập xác định.

D. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là trục tung.

Hướng dẫn giải – Chọn C.

Chú ý rằng hàm số $y = \log_a x$ với $a > 1$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

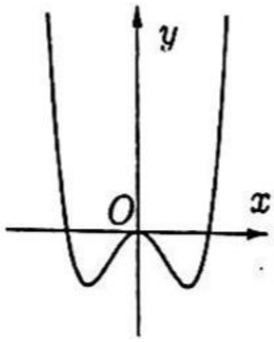
Câu 18: Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{x}{4}, y = 0, x = 1, x = 4$ quay quanh trục *Ox* bằng

A. $\frac{21}{16}$. **B.** $\frac{21\pi}{16}$. **C.** $\frac{15}{16}$. **D.** $\frac{15\pi}{8}$.

Hướng dẫn giải – Chọn B.

$$V = \pi\int_1^4 \frac{x^2}{16}dx = \pi\frac{x^3}{48}\Big|_1^4 = \frac{21\pi}{16}$$

Câu 19: Biết hình dưới đây là đồ thị của một trong bốn hàm số sau, hỏi đó là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=x^4-2x^2.$ **B.** $y=x^4-2x^2+1.$ **C.** $y=-x^4+2x^2.$ **D.** $y=x^4+2x^2.$

Hướng dẫn giải – Chọn A.

Chú ý rằng đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $ab<0$.

Câu 20: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{x^2}\left(x^3-4x\right)$. Hàm số $F(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn giải – Chọn C.

Ta có: $F'(x)=f(x)=e^{x^2}\left(x^3-4x\right)=e^{x^2}x(x-2)(x+2)$

$F'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\\x=-2\end{array}\right.$, ngoài ra $F'(x)$ đổi dấu qua các điểm đó nên $F(x)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 21: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số *m* để hàm số $y=x^4+mx^2$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

A. $m\geq 0.$ **B.** $m>0.$ **C.** $m=0.$ **D.** $m\leq 0.$

Hướng dẫn giải – Chọn A.

Chú ý rằng hàm số $ax^4+bx^2+c\ \ (a\neq 0)$ có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $ab<0$. Ngoài ra nếu $a>0$ thì, khi hàm số có 3 điểm cực trị, $x=0$ là cực đại của hàm số; khi hàm số có duy nhất 1 điểm cực trị, $x=0$ là cực tiểu của hàm số.

Do đó hàm số $y=x^4+mx^2$ đạt cực tiểu tại $x=0$ khi và chỉ khi hàm số này có duy nhất 1 điểm cực trị, $\Leftrightarrow m.1\geq 0\Leftrightarrow m\geq 0$

Câu 22: Thể tích *V* của khối chóp có diện tích đáy bằng *S* và chiều cao bằng *h* là

A. $V=\frac{1}{3}Sh.$ **B.** $V=3Sh.$ **C.** $V=Sh.$ **D.** $V=\frac{1}{2}Sh.$

Hướng dẫn giải – Chọn A.

Câu 23: Một lớp có 40 học sinh, trong đó có 4 học sinh tên Anh. Trong một lần kiểm tra bài cũ, thầy giáo gọi ngẫu nhiên hai học sinh trong lớp lên bảng. Xác suất để hai học sinh tên Anh lên bảng bằng

A. $\frac{1}{20}$. **B.** $\frac{1}{10}$. **C.** $\frac{1}{130}$. **D.** $\frac{1}{75}$.

Hướng dẫn giải – Chọn C.

Không gian mẫu: $n(\Omega)=C_{40}^2$; A là biến cố có 2 học sinh lên bảng. $n(A)=C_4^2$

Xác suất cần tính: $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{C_4^2}{C_{40}^2}=\frac{1}{130}$

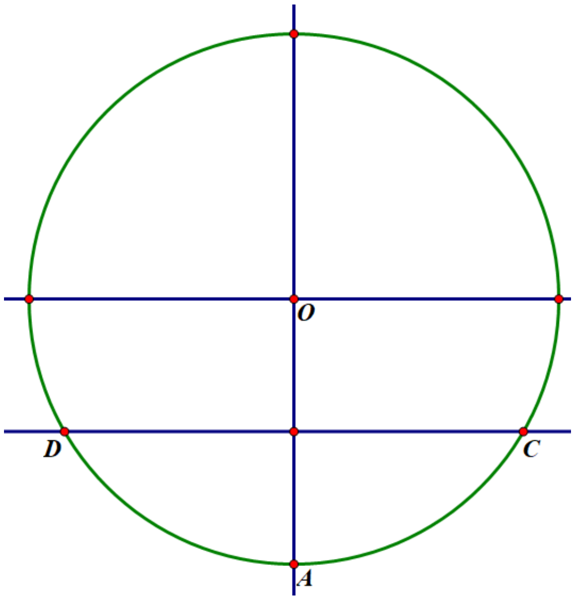
Câu 24: Số nghiệm chung của hai phương trình $4\cos^2 x-3=0$ và $2\sin x+1=0$ trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right)$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải – Chọn B.

$4\cos^2 x-3=0 \Leftrightarrow 4\left(1-\sin^2 x\right)-3=0 \Leftrightarrow 1-4\sin^2 x=0 \Leftrightarrow (1-2\sin x)(1+2\sin x)=0$

Do đó $\begin{cases}4\cos^2 x-3=0\\2\sin x+1=0\end{cases} \Leftrightarrow 2\sin x+1=0 \Leftrightarrow \sin x=-\frac{1}{2}$



Theo đường tròn đơn vị, ta thấy trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right)$, phương trình này có 2 nghiệm.

Câu 25: Trong không gian *Oxyz*, mặt cầu tâm $I(1;2;-1)$ và cắt mặt phẳng $(P):2x-y+2z-1=0$ theo một đường tròn bán kính bằng $\sqrt{8}$ có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3.$ **B.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9.$

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9.$ **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=3.$

Hướng dẫn giải – Chọn C

Gọi *A* là 1 điểm thuộc đường tròn, *H* là tâm đường tròn. Tam giác IAH vuông tại *H*, có $HA=\sqrt{8}$.

$IH=d_{I/(P)}=\frac{|2.1-2+2.(-1)-1|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=1$, do đó $R=IA=\sqrt{IH^2+HA^2}=\sqrt{8+1}=3$.

Mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính $R=3$ có phương trình $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9.$

Câu 26: Đạo hàm của hàm số $y=\ln\left(1-x^2\right)$ là

A. $\frac{1}{x^2-1}.$ **B.** $\frac{x}{1-x^2}.$ **C.** $\frac{-2x}{x^2-1}.$ **D.** $\frac{2x}{x^2-1}.$

Hướng dẫn giải – Chọn D.

$\left[\ln\left(1-x^2\right)\right]'=\frac{1}{1-x^2}.\left(1-x^2\right)'=\frac{-2x}{1-x^2}=\frac{2x}{x^2-1}$

Câu 27: Với mọi số thực dương a,b,x,y và *a, b* khác 1, mệnh đề nào sau đây **sai?**

A. $\log_a(xy)=\log_a x+\log_a y.$ **B.** $\log_b a.\log_a x=\log_b x.$

C. $\log_a \frac{x}{y}=\log_a x-\log_a y.$ **D.** $\log_a \frac{1}{x}=\frac{1}{\log_a x}.$

Hướng dẫn giải – Chọn D

Sửa lại: $\log_a \frac{1}{x}=\log_a x^{-1}=-\log_a x$

Câu 28: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-5x+7\right)>0$ là

A. $(2;3)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(-\infty;2)\cup(3;+\infty)$.

Hướng dẫn giải – Chọn A.

Chú ý rằng nếu *a, b* là 2 số thực dương, $a\neq 1$ thì $\log_a b>0\Leftrightarrow(a-1)(b-1)>0$

Vì $0<\frac{1}{2}<1$ nên bất phương trình tương đương với

$x^2-5x+7<1\Leftrightarrow x^2-5x+6<0\Leftrightarrow(x-2)(x-3)<0\Leftrightarrow 2<x<3$

Câu 29: Trong không gian *Oxyz*, cho các điểm $A(2;-2;1),B(1;-1;3)$. Tọa độ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(-1;1;2)$. **B.** $(-3;3;-4)$. **C.** $(3;-3;4)$. **D.** $(1;-1;-2)$.

Hướng dẫn giải – Chọn A.

Chú ý rằng $M(x_0;y_0;z_0);N(x_1;y_1;z_1)$ thì $\overrightarrow{MN}=(x_1-x_0;y_1-y_0;z_1-z_0)$

Câu 30: Cho tứ diện đều *ABCD* có *M, N* lần lượt là trung điểm của các cạnh *AB* và *CD*. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $AB\perp CD.$ **B.** $MN\perp AB.$ **C.** $MN\perp BD.$ **D.** $MN\perp CD.$

Hướng dẫn giải – Chọn C.

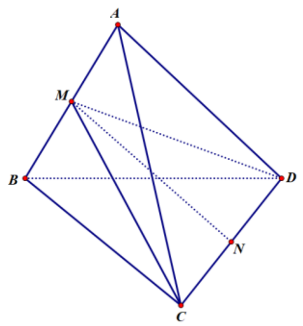
Tứ diện *ABCD* đều nên các mặt của tứ diện là các tam giác đều.

M, N là trung điểm của các cạnh nên ta có $CM\perp AB;DM\perp AB$

$\Rightarrow AB\perp mp(MDC)$

Do đó $AB\perp CD$, $AB\perp MN$ nên đáp án *A* và *B* đúng.

Chứng minh tương tự, ta cũng có $CD\perp mp(ANB)\Rightarrow CD\perp MN$ nên đáp cán *D* đúng.

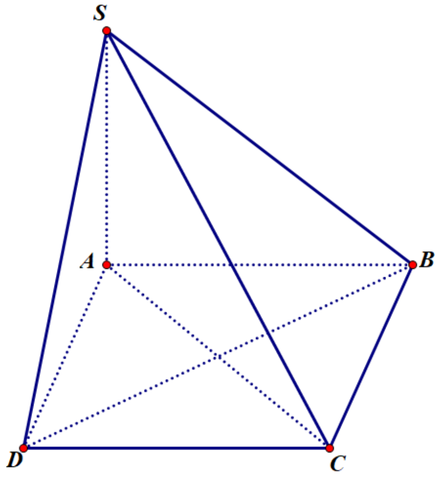


Câu 31: Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình vuông và *SA* vuông góc với đáy. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $CD\perp(SAD).$ **B.** $AC\perp(SBD).$ **C.** $BD\perp(SAC).$ **D.** $BC\perp(SAB).$

Hướng dẫn giải – Chọn B.

$CD \perp AD; CD \perp SA \Rightarrow CD \perp mp(SDA)$, *A* đúng.
Gọi *O* là tâm của hình vuông *ABCD*. Vì $AC \perp SA$ nên AC không vuông góc với SO. Do đó AC không vuông góc với $mp(SBD)$, *B* sai.
$BD \perp SA; BD \perp AC \Rightarrow BD \perp mp(SAC)$, *C* đúng.
$BC \perp AB; BC \perp SA \Rightarrow BC \perp mp(SAB) \Rightarrow$ *D* đúng.



Câu 32: Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình bình hành. Điểm *M* thỏa mãn $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB}$. Mặt phẳng (P) qua *M* và song song với hai đường thẳng SC, BD. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. (P) không cắt hình chóp.

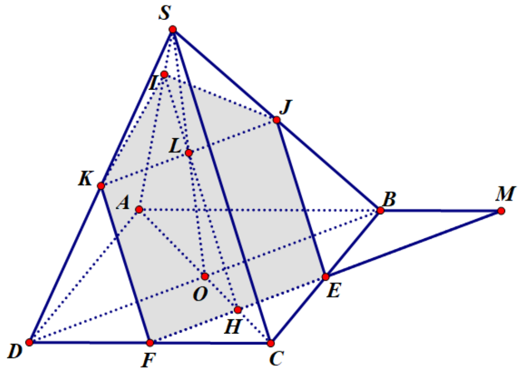
B. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tứ giác.

C. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tam giác.

D. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một ngũ giác.

Hướng dẫn giải – Chọn D

Qua *M* kẻ đường thẳng song song với *BD*. Vì $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB}$ nên $MB = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}CD$, do đó đường thẳng này cắt BC và *CD* tại *E* và *F* (*E* và *F* lần lượt là trung điểm của *BC* và *CD*).
$EF \cap AC = H$. Trong $mp(SAC)$, kẻ đường thẳng song song với SC, cắt SA và *SO* lần lượt tại I và *L*.
Trong $mp(SBD)$, qua L kẻ đường thẳng song song với *BD*, cắt *SB* và *SD* lần lượt tại *J* và *K*.
Thiết diện là ngũ giác $IJEFK$.



Câu 33: Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên **R**?

A. $y = \log(x^3)$. **B.** $y = \left(\frac{2}{5}\right)^{-x}$. **C.** $y = \log_3 x^2$. **D.** $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$.

Hướng dẫn giải – Chọn D.

Hàm số nghịch biến trên R thì trước hết phải xác định trên *R*, loại đáp án *A* và *C*.

Chú ý rằng hàm số $y = a^x$ với $0 < a < 1$ luôn nghịch biến trên *R*. Ta có $0 < \frac{e}{4} < 1$ nên hàm số $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$ luôn nghịch biến trên *R*, chọn *D*.

Câu 34: Cho (u_n) là cấp số cộng biết $u_3 + u_{13} = 80$. Tổng 15 số hạng đầu của cấp số cộng đó bằng

A. 800. **B.** 630. **C.** 570. **D.** 600.

Hướng dẫn giải – Chọn D

Chú ý rằng nếu *a, b, c, d* là các số tự nhiên khác 0 thỏa mãn $a+b=c+d$ thì $u_a+u_b=u_c+u_d$.

Tổng của *n* số hạng đầu: $S_n=\dfrac{(u_1+u_n)n}{2}$, ta có $u_1+u_{15}=u_3+u_{13}=80$

Do đó $S_{15}=\dfrac{(u_1+u_{15}).15}{2}=\dfrac{80.15}{2}=600$

Câu 35: Cho hình chóp *S.ABC* có đáy *ABC* là tam giác đều cạnh *a*, cạnh bên *SA* vuông góc với đáy, đường thẳng *SC* tạo với mặt phẳng đáy một góc 60°. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

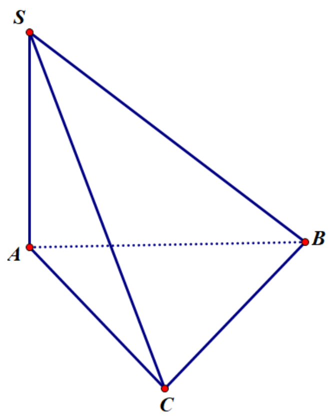
A. $\dfrac{a^3}{8}$. **B.** $\dfrac{3a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải – Chọn D.

Góc hợp bởi SC và mặt phẳng đáy là góc SCA.

$SA=AC.\tan 60^o=\sqrt{3}a$

$S_{ABC}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2 \Rightarrow V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABC}=\dfrac{1}{3}\sqrt{3}a.\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2=\dfrac{1}{4}a^3$



Câu 36: Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $y'=x^2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$ và nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên *R*.

C. Hàm số nghịch biến trên *R*.

D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Hướng dẫn giải – Chọn B.

$y'=x^2\ge 0\ \forall x\in R$ và y' không đổi dấu qua $x=0$.

Câu 37: Cho khối trụ có hai đáy là hình tròn $(O;R)$ và $(O';R), OO'=4R$. Trên đường tròn tâm *O* lấy hai điểm *A,B* sao cho $AB=R\sqrt{3}$. Mặt phẳng (P) đi qua A,B, cắt đoạn OO' và tạo với đáy một góc bằng 60^o. (P) cắt khối trụ theo thiết diện là một phần của hình elip. Diện tích thiết diện đó bằng

A. $\left(\dfrac{4\pi}{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)R^2$. **B.** $\left(\dfrac{2\pi}{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right)R^2$. **C.** $\left(\dfrac{4\pi}{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)R^2$. **D.** $\left(\dfrac{2\pi}{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right)R^2$.

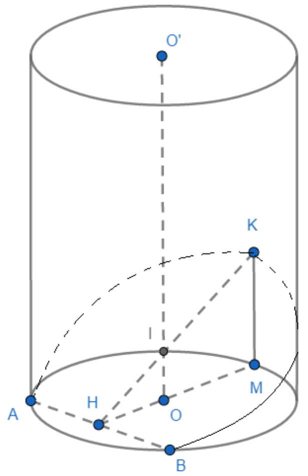
Hướng dẫn giải – Chọn C

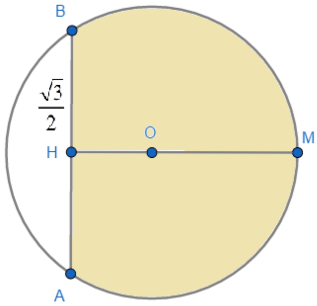
Kiến thức cần nắm được:

- *Công thức tính diện tích dựa vào diện tích của hình chiếu: Cho đa giác (H) nằm trong mặt phẳng (P) có diện tích là S. Đa giác (H') là hình chiếu vuông góc của (H) lên mặt phẳng (Q) có diện tích S'. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q). Khi đó $S'=S.\cos\alpha$*

- *Cách tính diện tích một phần hình tròn bị cắt bởi một dây cung.*

Dễ thấy hình chiếu vuông góc của phần thiết diện xuống mặt phẳng đáy chính là phần hình giới hạn bởi dây AB và cung lớn cung AB. (Phần gạch chéo như hình vẽ).
Gọi diện tích thiết diện cần tính là *S*, diện tích phần hình chiếu của thiết diện lên mặt phẳng đáy chứa *(O)* là *S'*. Ta có: $S' = S.\cos 60^o$. Ta cần tính diện tích phần hình chiếu (là phần gạch chéo trong hình vẽ thứ 2).
Không mất tính tổng quát, giả sử $R = 1$
Gọi H là trung điểm của AB,





$OH = \sqrt{OB^2 - BH^2} = \sqrt{1^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}$,

Xét trục tọa độ vuông góc Oxy trong mặt phẳng đáy, với O là tâm, $M(1;0)$; $H\left(-\frac{1}{2};0\right)$. Phương trình đường tròn tâm O, bán kính $R = 1$: $x^2 + y^2 = 1$, do đó phương trình cung BM : $y = \sqrt{1 - x^2}$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{1 - x^2}$, đường $x = -\frac{1}{2}$, $x = 1$ và trục hoành là:

$I = \int_{-\frac{1}{2}}^{1} \sqrt{1 - x^2}dx$. Đặt $x = \sin t$ $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow \sqrt{1 - x^2} = \sqrt{1 - \sin^2 t} = \sqrt{\cos^2 t} = |\cos t| = \cos t$

$dx = d(\sin t) = \cos t dt$.

$$I = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos t.\cos t dt = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos 2t + 1}{2} dt = \frac{1}{4}\sin 2t\Big|_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{2}t\Big|_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{8} + \frac{\pi}{3}$$

Diện tích phần hình chiếu: $S' = 2I = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{2\pi}{3}$. Do đó $S = \frac{S'}{\cos 60^o} = 2S' = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{4\pi}{3}$

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm lẻ và liên tục trên $[-4;4]$ biết $\int_{-2}^{0} f(-x)dx = 2$ và $\int_{1}^{2} f(-2x)dx = 4$. Tính $\int_{0}^{4} f(x)dx$.

A. $I = 10$. **B.** $I = -6$. **C.** $I = 6$. **D.** $I = -10$.

Hướng dẫn giải – Chọn B.

Kiến thức cơ bản cần nắm vững:

Hàm $y = f(x)$ *là hàm lẻ nên ta có* $f(-x) = -f(x)$. *Khi đó* $\int_{a}^{b} f(x)dx = \int_{-a}^{-b} f(x)dx$.

Thật vậy: Đặt $t = -x$, $\int_{a}^{b} f(x)dx = \int_{-a}^{-b} f(-t)d(-t) = \int_{-a}^{-b} [-f(t)][-dt] = \int_{-a}^{-b} f(t)dt = \int_{-a}^{-b} f(x)dx$

Ta có $\int_{-2}^{0} f(-x)dx = \int_{-2}^{0} -f(x)dx = -\int_{-2}^{0} f(x)dx = 2 \Rightarrow \int_{-2}^{0} f(x)dx = -2$

Đặt $-2x = t \Rightarrow dx = d\left(-\frac{t}{2}\right) = -\frac{1}{2}dt$, $\int_{1}^{2} f(-2x)dx = \int_{-2}^{-4} f(t).\frac{-1}{2}dt = \frac{1}{2}\int_{-4}^{-2} f(t)dt = 4$

$\Rightarrow \int_{-4}^{-2} f(t)dt = 8 \Rightarrow \int_{-4}^{-2} f(x)dx = 8$. Do đó $\int_{-4}^{0} f(x)dx = \int_{-4}^{-2} f(x)dx + \int_{-2}^{0} f(x)dx = 8 + (-2) = 6$.

$\Rightarrow \int_{4}^{0} f(x)dx = 6 \Rightarrow \int_{0}^{4} f(x)dx = -6$

Câu 39: Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $\left(1 + x + x^2 + x^3\right)^{10}$.

A. 252. **B.** 582. **C.** 1902. **D.** 7752.

Hướng dẫn giải – Chọn C.

$\left(1 + x + x^2 + x^3\right)^{10} = \left[(1+x)\left(1+x^2\right)\right]^{10} = (1+x)^{10}\left(1+x^2\right)^{10}$.

$(1+x)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k x^k$; $\left(1+x^2\right)^{10} = \sum_{i=0}^{10} C_{10}^i x^{2i}$, Do đó

$(1+x)^{10}.\left(1+x^2\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k x^k . \sum_{i=0}^{10} C_{10}^i x^{2i} = \sum_{k=0}^{10}\sum_{i=0}^{10} C_{10}^k . C_{10}^i . x^{k+2i}$

Ta có $k + 2i = 5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k = 1; i = 2 \\ k = 3; i = 1 \\ k = 5; i = 0 \end{array}\right.$

Do đó hệ số của x^5 trong khai triển là $C_{10}^1 . C_{10}^2 + C_{10}^3 . C_{10}^1 + C_{10}^5 . C_{10}^0 = 1902$

Câu 40: Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị (C). Hỏi có bao nhiêu điểm trên đường thẳng $d: y = 9x - 14$ sao cho từ đó kẻ được hai tiếp tuyến đến (C)?

A. 4 điểm. **B.** 2 điểm. **C.** 3 điểm. **D.** 1 điểm.

Hướng dẫn giải – Chọn C.

$y' = 3x^2 - 3$

Tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ x_0: $y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0 = \left(3x_0^2 - 3\right)(x - x_0) + x_0^3 - 3x_0 + 2$

Xét điểm $A(a; 9a - 14)$ là 1 điểm thuộc *d*. Để từ A kẻ được đúng 2 tiếp tuyến đến (C) thì phương trình $9a - 14 = \left(3x_0^2 - 3\right)(a - x_0) + x_0^3 - 3x_0 + 2$ (1) có đúng 2 nghiệm x_0 phân biệt.

Ta có:

$(1) \Leftrightarrow 9a - 14 = 3ax_0^2 - 3x_0^3 - 3a + 3x_0 + x_0^3 - 3x_0 + 2$

$\Leftrightarrow 2x_0^3 - 3ax_0^2 + 12a - 16 = 0 \Leftrightarrow 2\left(x_0^3 - 8\right) - 3a\left(x_0^2 - 4\right) = 0$

$\Leftrightarrow (x_0 - 2)\left[2x_0^2 - (3a - 4)x_0 - 6a + 8\right] = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 2 \\ 2x_0^2 - (3a - 4)x_0 - (6a - 8) = 0 \quad (2) \end{array}\right.$

Để (1) có đúng 2 nghiệm x_0 phân biệt thì hoặc (2) có nghiệm kép khác 2, hoặc (2) có 2 nghiệm phân biệt, trong đó có 1 nghiệm bằng 2.

TH1: (2) có nghiệm kép khác 2 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 0 \\ f(2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9a^2 + 24a - 48 = 0 \\ a \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = \frac{4}{3} \\ a = -4 \end{array}\right.$

TH2: (2) có 2 nghiệm phân biệt, 1 nghiệm bằng 2 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ f(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9a^2 + 24a - 48 > 0 \\ a = 2 \end{cases} \Leftrightarrow a = 2$

Vậy có thể có 3 giá trị của a thỏa mãn điều kiện đề bài, mỗi giá trị cho ta 1 điểm A.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S_1) có tâm $I(2;1;1)$ bán kính bằng 4 và mặt cầu (S_2) có tâm $J(2;1;5)$ bán kính bằng 2. (P) là mặt phẳng thay đổi tiếp xúc với hai mặt cầu $(S_1),(S_2)$. Đặt M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (P). Giá trị $M + m$ bằng

A. $8\sqrt{3}$. **B.** 9. **C.** 8. **D.** $\sqrt{15}$.

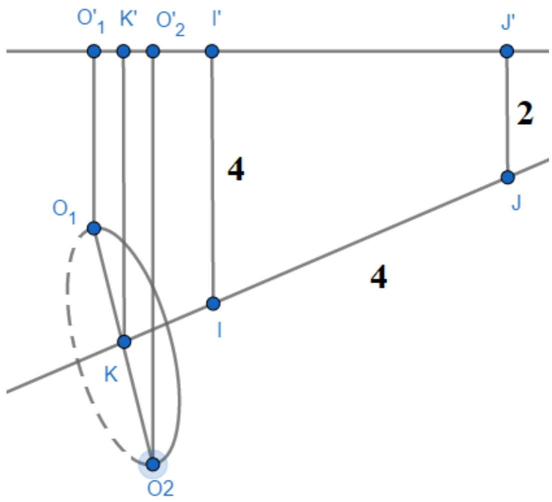
Hướng dẫn giải – Chọn B.

Phân tích: Đây có lẽ là bài toán khó nhất trong đề thi. Là 1 bài toán hình học giải tích trong không gian, nhưng chúng ta hãy tưởng tượng nó theo 1 bài toán hình học không gian thuần túy.

Bài toán này có 1 yếu tố di động, đó là mặt phẳng (P) thay đổi, nhưng luôn tiếp xúc với 2 mặt cầu, có nghĩa là khoảng cách từ I và J tới mp(P) lần lượt là 4 và 2 khi (P) thay đổi.

Nhiệm vụ của ta là tìm xem tổng GTLN và GTNN của khoảng cách từ O tới (P) là bao nhiêu. Yếu tố (P) thay đổi làm cho bài toán trở nên khó khăn hơn, ta cố định (P), (S_1) và (S_2), khi đó điểm O cho di động nhưng luôn bảo toàn được tam giác IOJ có $OI = \sqrt{6}$ và $OJ = \sqrt{30}$. Khi đó O luôn thuộc 1 đường tròn, là giao tuyến của mặt cầu tâm I, bán kính $\sqrt{6}$ và mặt cầu tâm J, bán kính $\sqrt{30}$.

Xét mặt phẳng qua I, J và vuông góc với (P), mặt phẳng này và (P) có giao tuyến I’J’ như hình vẽ và mặt phẳng này cắt đường tròn quỹ tích của điểm O tại 2 điểm O_1 và O_2. Gọi K là giao điểm của O_1 và O_2. Dễ thấy khoảng cách lớn nhất và nhỏ nhất của O xuống (P) khi O trùng với O_1 hoặc O trùng với O_2.



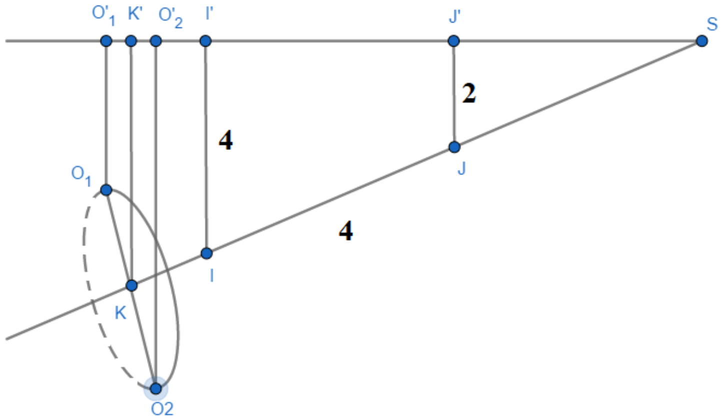
Đặt $KO_1 = R$, ta có: $IO_1 = \sqrt{6} \Rightarrow IK = \sqrt{6 - R^2}; JO_1 = \sqrt{30} \Rightarrow JK = \sqrt{30 - R^2}$

Do đó:

$JK - IK = 4 \Leftrightarrow \sqrt{30 - R^2} - \sqrt{6 - R^2} = 4 \Leftrightarrow \sqrt{30 - R^2} = \sqrt{6 - R^2} + 4 \Leftrightarrow 30 - R^2 = 6 - R^2 + 8\sqrt{6 - R^2} + 16$

$\Leftrightarrow R = \sqrt{5} \Rightarrow IK = \sqrt{6 - 5} = 1.$

Tứ giác $O_1O_2O_2'O_1'$ là hình thang vuông có KK' là đường trung bình $\Rightarrow M + m = 2KK'$



$IJ \cap I'J' = S$, ta có: $\dfrac{SJ}{SI} = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow SJ = 4$.

$\dfrac{IJ'}{KK'} = \dfrac{2}{KK'} = \dfrac{SJ}{SK} = \dfrac{4}{9} \Rightarrow KK' = \dfrac{9}{2}$. Do đó $M + m = 2KK' = 9$

Câu 42: Có bao nhiêu số tự nhiên có tám chữ số, trong đó có ba chữ số 0, không có hai chữ số 0 nào đứng cạnh nhau và các chữ số khác chỉ xuất hiện nhiều nhất một lần.

A. 151200. **B.** 846000. **C.** 786240. **D.** 907200.

Hướng dẫn giải – Chọn A.

Trước hết, ta chọn ra 1 bộ gồm 5 chữ số khác 0, có sắp xếp thứ tự, số cách chọn là A_9^5.

$$a_1 \_ a_2 \_ a_3 \_ a_4 \_ a_5 \_$$

Với mỗi tự như vậy, ta có 5 vị trí đặt 3 số 0 như phần gạch chân bên trên, do đó có C_5^3 cách.

Vậy số cách là $A_9^5.C_5^3 = 15120$ (cách)

Câu 43: Số các giá trị nguyên nhỏ hơn 2018 của tham số *m* để phương trình $\log_6(2018x + m) = \log_4(1009x)$ có nghiệm là

A. 2019. **B.** 2018. **C.** 2017. **D.** 2020.

Hướng dẫn giải – Chọn D.

Điều kiện: $\begin{cases} x > 0 \\ 2018x + m > 0 \end{cases}$; Đặt $\log_6(2018x + m) = \log_4(1009x) = t$

Ta có: $\begin{cases} 2018x + m = 6^t \\ 1009x = 4^t \end{cases}$ (1). $\Rightarrow 6^t - 2.4^t = m$ (2). Nếu (2) có 2 nghiệm t_0 thì hệ (1) có 1 nghiệm $x = \dfrac{4^{t_0}}{1009}$. Xét hàm số $f(t) = 6^t - 2.4^t$; $f'(t) = 6^t \ln 6 - 2.4^t \ln 4$;

$f'(t) = 0 \Leftrightarrow 6^t \ln 6 = 2.4^t \ln 4 \Leftrightarrow \left(\dfrac{3}{2}\right)^t = \dfrac{2.\ln 4}{\ln 6} \Leftrightarrow t = \log_{\frac{3}{2}} \dfrac{2.\ln 4}{\ln 6}$; Đặt $\log_{\frac{3}{2}} \dfrac{2.\ln 4}{\ln 6} = a$

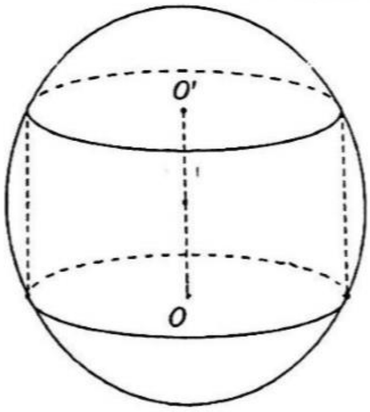
Nếu $t < a$ thì $\left(\dfrac{6}{4}\right)^t < \dfrac{2.\ln 4}{\ln 6} \Rightarrow f'(t) < 0$, hàm nghịch biến trên $(-\infty; a)$

Nếu $t > a$ thì $\left(\dfrac{6}{4}\right)^t > \dfrac{2.\ln 4}{\ln 6} \Rightarrow f'(t) > 0$, hàm đồng biến trên $(a; +\infty)$

Mà $\lim\limits_{t\to+\infty} f(t)=+\infty$ nên tập giá trị của hàm số là $[f(a);+\infty)$. Do đó để (2) có nghiệm thì $m\in[f(a);+\infty)$

Mà $f(a)\approx -2,01$ và m là số nguyên nhỏ hơn 2018 nên $m\in\{-2;-1;0;1;2;...;2017\}$, do đó có 2020 số thỏa mãn.

Câu 44: Khối cầu (S) tâm *I*, bán kính *R* không đổi. Một khối trụ thay đổi có chiều cao *h* và bán kính đáy *r* nội tiếp khối cầu. Tính chiều cao *h* theo *R* sao cho thể tích của khối trụ lớn nhất.



A. $h=R\sqrt{2}.$ **B.** $h=\dfrac{R\sqrt{2}}{2}.$ **C.** $h=\dfrac{R\sqrt{3}}{3}.$ **D.** $h=\dfrac{2R\sqrt{3}}{3}.$

Hướng dẫn giải – Chọn D.

Không mất tính tổng quát, giả sử $R=1$. Khi đó $0<h<1$.

Bước 1: Tính V theo h. Ta có: $r=\sqrt{R^2-\dfrac{h^2}{4}}=\sqrt{1-\dfrac{h^2}{4}}\Rightarrow S=\pi r^2=\pi.\left(1-\dfrac{h^2}{4}\right)$

Do đó: $V=S.h=\pi\left(1-\dfrac{h^2}{4}\right).h$

Bước 2: Tìm GTLN: Xét hàm số $f(h)=\left(1-\dfrac{h^2}{4}\right)h=h-\dfrac{h^3}{4}$, ta có $f'(h)=1-\dfrac{3}{4}h^2$, $f'(h)=0\Leftrightarrow h=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$

Vậy V đạt GTLN khi $h=\dfrac{2}{\sqrt{3}}R=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}R$

Câu 45: $\lim\limits_{x\to 2^{2018}}\dfrac{x^2-4^{2018}}{x-2^{2018}}$ bằng

A. 2^{2019}. **B.** $+\infty$. **C.** 2. **D.** 2^{2018}.

Hướng dẫn giải – Chọn A.

$$\lim_{x\to 2^{2018}}\frac{x^2-4^{2018}}{x-2^{2018}}=\lim_{x\to 2^{2018}}\frac{\left(x-2^{2018}\right)\left(x+2^{2018}\right)}{x-2^{2018}}=\lim_{x\to 2^{2018}}\left(x+2^{2018}\right)=2^{2018}+2^{2018}=2^{2019}$$

Câu 46: Giá trị của tổng $4+44+444+...+44...4$ (tổng đó có 2018 số hạng) bằng

A. $\dfrac{40}{9}\left(10^{2018}-1\right)+2018.$ **B.** $\dfrac{4}{9}\left(10^{2018}-1\right).$

C. $\dfrac{4}{9}\left(\dfrac{10^{2019}-10}{9}+2018\right).$ **D.** $\dfrac{4}{9}\left(\dfrac{10^{2019}-10}{9}-2018\right).$

Hướng dẫn giải – Chọn D.

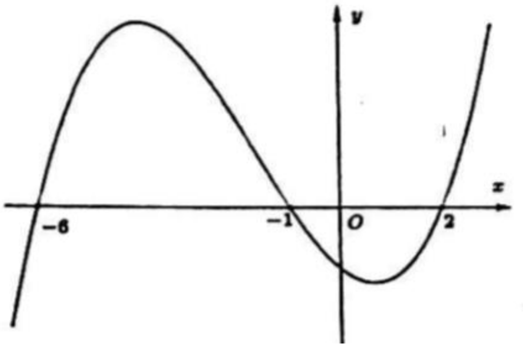
$4+44+444+...+444...4=4.1+4.11+4.111+...+4.111...1$

$=4\left(\frac{9}{9}+\frac{99}{9}+\frac{999}{9}+...+\frac{999...9}{9}\right)=\frac{4}{9}\left[(10-1)+(10^2-1)+(10^3-1)+...+(10^{2018}-1)\right]$

$=\frac{4}{9}\left[10(1+10+10^2+...+10^{2017})-2018\right]=\frac{40}{9}.\frac{10^{2018}-1}{10-1}-\frac{4}{9}.2018$

$=\frac{4}{9}\left(10.\frac{10^{2018}-1}{9}-2018\right)$

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x)$. Biết hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hàm số $y=f(3-x^2)$ đồng biến trên khoảng



A. $(2;3)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;0)$.

Hướng dẫn giải – Chọn D

Ta có: $\left[f(3-x^2)\right]'=f'(3-x^2).(3-x^2)'=-2x.f'(3-x^2)\Rightarrow\left[f(3-x^2)\right]'>0\Leftrightarrow x.f'(3-x^2)<0$

- TH1: $x>0$, ta có $f'(3-x^2)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3-x^2<-6\\-1<3-x^2<2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2>9\\4>x^2>1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>3\\2>x>1\end{array}\right.$
- TH2: $x<0$, ta có: $f'(3-x^2)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-6<3-x^2<-1\\3-x^2>2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4<x^2<9\\x^2<1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-3<x<-2\\-1<x<0\end{array}\right.$

Chỉ có đáp án D là khoảng thỏa mãn.

Câu 48: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng cạnh đáy. Đường thẳng $MN\left(M\in A'C,N\in BC'\right)$ là đường vuông góc chung của $A'C$ và BC'. Tỉ số $\frac{NB}{NC'}$ bằng

A. $\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** 1. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Hướng dẫn giải – Chọn A.

Dựng hình thoi *ACBE*, ta có *A'C'//BE* và *A'C'=BE* nên *BC'//EA'*, do đó mặt phẳng *(A'EC)* song song với *BC'*.

Ta có: *A'E=A'C* $(=\sqrt{2}a)$ nên $CE \perp A'O$.

Gọi *H* là hình chiếu của *B* lên *A'O*, khi đó $\begin{cases} BH \perp A'O \\ BH \perp CE \end{cases}$

$\Rightarrow BH \perp mp(A'EC) \Rightarrow \lozenge BNMH$ là hình chữ nhật.

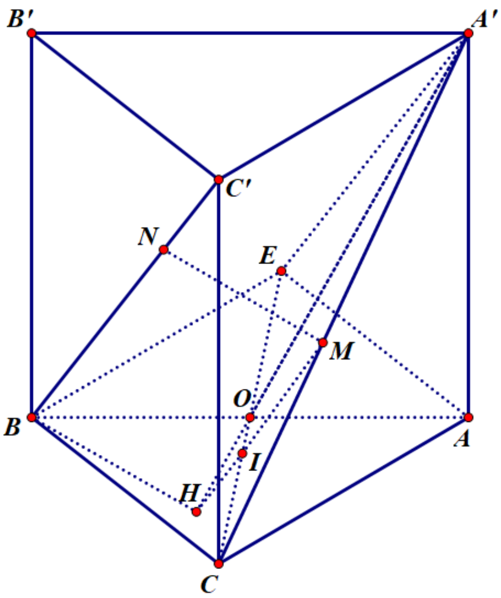
$MH \cap CE = I$. Gọi *K* là chân đường vuông góc hạ từ *A* đến *mp(A'EC)*.

$\Delta OAA'$ vuông tại *A* có AK là đường cao, $A'A = 2OA = a$

$OK = \frac{1}{2}KA = \frac{1}{4}KA' \Rightarrow OK = \frac{1}{5}OA'$. Vì $OK = OH$ nên

$OH = \frac{1}{5}OA' \Rightarrow IH = \frac{1}{5}A'E$ và $OI = \frac{1}{5}OE$.

Từ $OI = \frac{1}{5}OE \Rightarrow CI = \frac{4}{10}CE \Rightarrow MI = \frac{2}{5}A'E$



Do đó: $\frac{MH}{A'E} = \frac{MI + IH}{A'E} = \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{NB}{A'E} = \frac{NB}{BC'} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{NB}{NC'} = \frac{3}{2}$

Câu 49: Trong không gian *Oxyz* cho hai điểm $A(1;2;1)$, $B(2;-1;3)$. Tìm điểm *M* trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA^2 - 2MB^2$ lớn nhất.

A. $M(3;-4;0)$. **B.** $M\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2};0\right)$. **C.** $M(0;0;5)$. **D.** $M\left(\frac{1}{2};\frac{-3}{2};0\right)$.

Hướng dẫn giải – Chọn A.

Gọi I là 1 điểm bất kỳ. Ta có $MA^2 - 2MB^2 = \left(\overrightarrow{MA}\right)^2 - 2\left(\overrightarrow{MB}\right)^2 = \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}\right)^2 - 2\left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}\right)^2$

$= MI^2 + IA^2 + 2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{IA} - 2\left(MI^2 + IB^2 + 2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{IB}\right) = -MI^2 + IA^2 - 2IB^2 + 2\overrightarrow{MI}\left(\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB}\right)$

Ta chọn điểm *I* trong mặt phẳng sao cho $\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IB}$, giả sử $I(a,b,c)$, ta có:

$\overrightarrow{IA} = (1-a;2-b;1-c); 2\overrightarrow{IB} = (4-2a;-2-2b;6-2c)$, do đó

$$\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IB} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-a = 4-2a \\ 2-b = -2-2b \\ 1-c = 6-2c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -4 \\ c = 5 \end{cases} \Rightarrow I(3;-4;5)$$

Khi đó: $MA^2 - 2MB^2 = -MI^2 + IA^2 - 2IB^2$. Cần tìm *M* thuộc mp*(Oxy)* để *MI* nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của *I* lên mặt phẳng *Oxy*. $\Rightarrow M(3;-4;0)$

Câu 50: Phương trình $\sqrt{x-512} + \sqrt{1024-x} = 16 + 4\sqrt[8]{(x-512)(1024-x)}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2 nghiệm. **B.** 8 nghiệm. **C.** 4 nghiệm. **D.** 3 nghiệm.

Hướng dẫn giải – Chọn D.

Điều kiện: $512 \le x \le 1024$.

Đặt $\sqrt[8]{(x-512)(1024-x)} = t$, $t^4 = \sqrt{(x-512)(1024-x)} \le \frac{x-512+1024-x}{2} = 256 \Rightarrow 0 \le t \le 4$

Bình phương hai vế của phương trình, phương trình tương đương với:

$512+2t^4=256+128t+16t^2 \Leftrightarrow t^4-8t^2-64t+128=0$

$\Leftrightarrow t^2\left(t^2-16\right)+8\left(t^2-8t+16\right)=0 \Leftrightarrow t^2\left(t-4\right)\left(t+4\right)+8\left(t-4\right)^2=0 \Leftrightarrow \left(t-4\right)\left(t^3+4t^2+8t-32\right)=0$ (1)

Phương trình (1) này có 2 nghiệm, 1 nghiệm $t_0=4$ và 1 nghiệm $0<t_1<4$

Với nghiệm $t=t_0=4$, ta có 1 nghiệm x duy nhất là $x=768$

Với nghiệm $t=t_1$, ta có 2 nghiệm x phân biệt (Sử dụng định lý Vi-et).

Do đó phương trình có 3 nghiệm.

------HẾT------